

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP073734STB001 Version 00 Date :16/11/2021 1/14
---	---	--

Code Affaire : 1-10-R&D-2003 N° Marché ou N° Cde :
Classification : Confidentiel industriel

Diffusion interne : O. VIVARES
Diffusion externe : M. HIMDI (IETR)

REDIGE par	VERIFIE par	APPROUVE par	APPROUVE par
Olivier Clauzier	Olivier Vivarès	Philippe Charton	
Visa	Visa	Visa	Visa

Nombre de pages (hors annexes) : 7

Sujet de Thèse
Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation

VERSIONS

IND.	DATE	SECR.	REDACTEUR	OBJET
00	15/11/21	OVI	O. CLAUZIER	Version initiale

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP073734STB001 Version 00 Date :16/11/2021 2/14
---	---	--

SOMMAIRE

1.	CONTEXTE.....	3
2.	OBJECTIFS	4
2.1.	ETAT DE L'ART	4
2.2.	CONTRAINTES ET VERROUS	5
2.3.	SOLUTIONS ENVISAGEES.....	6
3.	DEROULEMENT DE LA THESE ET METHODOLOGIE	7
3.1.	<u>PHASE 1</u> : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	7
3.2.	<u>PHASE 2</u> : ETUDE SUR LE TYPE D'ARCHITECTURE DE RESEAU ANTENNAIRE A PRIVILEGIER.....	7
3.3.	<u>PHASE 3</u> : CONCEPTION ET MESURE D'UN RESEAU ANTENNAIRE	7
3.4.	<u>PHASE 4</u> : VALORISATION ET REDACTION DU MEMOIRE DE THESE	7
4.	PLANNING PREVISIONNEL	7
5.	CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUE ET INDUSTRIELLE ATTENDUES	8
6.	BIBLIOGRAPHIE	8
7.	ANNEXE	9
7.1.	DEFINITION	11
7.2.	DISTANCE	11
7.3.	SUSCEPTIBILITE A UNE DIRECTION/POLARISATION.....	12
7.4.	SUSCEPTIBILITE	12

1. CONTEXTE

Dans toutes les zones de conflit, il est essentiel pour les forces armées d'effectuer des actions de brouillage, d'interception et de localisation des émetteurs ennemis. Également, dans les réseaux téléphoniques et de télévision, il est nécessaire d'acquérir des informations précises sur d'éventuelles émissions perturbatrices. Ces opérations visent à acquérir la maîtrise du spectre électromagnétique. Ces applications de Guerre Electronique (Electronic Warfare en anglais) se divisent en trois branches : l'attaque, la protection et la détection électronique (cf. figure1).

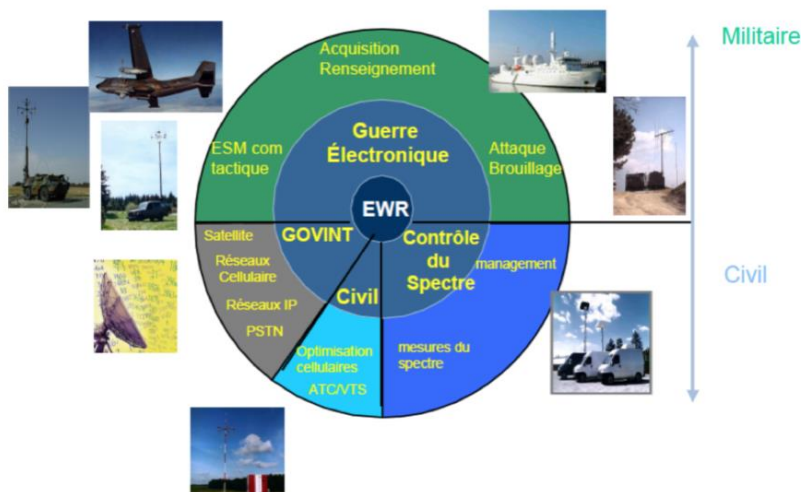


Figure 1 : Actions de Guerre Electronique civile et militaire.

Pour ce dernier point, l'interception, la localisation, l'identification et l'écoute des signaux de radiocommunications sont essentielles dans le but d'établir une bonne tenue de la situation tactique. Pour y parvenir, il existe, dans le spectre électromagnétique, des systèmes déployés par des fantassins, des systèmes installés sur des véhicules terrestres, sur des aéronefs et sur des navires. C'est sur ce dernier porteur que va se concentrer l'étude en ayant pour objectif de concevoir un système d'interception goniométrique intégré sur une structure porteuse pouvant être déployée sur des navires. La conception d'un tel système antenne entraîne de fortes contraintes d'intégration qui complexifient singulièrement la conception d'un réseau antenne si l'on souhaite que ce dernier conserve des performances radioélectriques convenables.

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP0737345TB001 Version 00 Date :16/11/2021 4/14
---	---	--

2. OBJECTIFS

Afin de recevoir et de traiter tous types de signaux, il est nécessaire de concevoir des dispositifs d'interception à diversité de polarisation sur l'ensemble des bandes de fréquences. Il est également nécessaire de développer un système antenne large bande pouvant couvrir les bandes de fréquences 2-20 GHz et 30-40 GHz puisque ce sont dans ces bandes que se trouve l'essentiel des systèmes de radiocommunications civiles et militaires. L'électronique d'adaptation d'impédance du réseau devra être étudié. Enfin, ces systèmes antennaires doivent être les plus compacts et/ou conformés possibles pour être intégrables sur des structures maritimes présentant des zones libres souvent limitées en surface. De ce fait, la miniaturisation des antennes sera un aspect important de cette thèse.

Une intégration sur navire nécessite de considérer les contraintes environnementales sévères liées à l'atmosphère saline. Le réseau antenne doit être compatible d'un durcissement aux conditions maritimes. Cette vérification est du ressort du suivi industriel et ne fait pas partie du sujet de thèse. Par ailleurs, les bandes de fréquences envisagées entraînent d'étudier finement l'influence du radôme protégeant le réseau antenne. Celui-ci devra être transparent aux ondes électromagnétiques dans l'ensemble de la bande d'intérêt.

Par ailleurs, la géométrie du réseau antenne (topologie des antennes, nombre d'antennes du réseau, distance entre antennes, ...) devra être finement analysée dans le but d'obtenir la meilleure précision de localisation et l'ambiguïté minimale après passage dans un algorithme de goniométrie dont le choix devra être inclus dans les travaux de cette thèse.

De ce fait, l'objectif de cette thèse est de concevoir un réseau goniométrique très compact en RESM/ELINT (caractérisation et localisation de radars) 2-20GHz/30-40GHz avec diversité d'amplitude, de phase et de polarisation en deux demi-réseaux pour pouvoir s'intégrer des deux côtés du mât d'un bateau. La géométrie des antennes choisies sera celle qui aura la plus grande précision ainsi que l'ambiguïté minimale après passage dans un algorithme de goniométrie dont le choix devra être inclus dans les travaux de cette thèse.

2.1. ETAT DE L'ART

Dans la littérature scientifique, on retrouve de nombreux systèmes goniométriques pour applications terrestres, aéroportées ou navales. Ces systèmes, principalement à simple polarisation verticale, ne couvrent pas les bandes envisagées dans le cadre de la thèse. En effet, les antennes élémentaires retenues par les industriels pour leurs goniomètres portables, intégrés sur véhicules terrestres, aérien ou maritime se limitent ordinairement à des fréquences inférieures à 12 GHz [1].

Par ailleurs, le choix des antennes élémentaires souhaitées pour répondre aux spécifications du cahier des charges se démarque des éléments rayonnants discutés dans la littérature scientifique sur plusieurs points :

- Compacité,
- Largeur de bande : 2-20 GHz et 30-40 GHz,
- Double polarisation linéaire,
- Capacité à être mises en réseau tout en assurant les performances de goniométrie souhaitées (précision de localisation, réduction des ambiguïtés, ...).

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP073734STB001 Version 00 Date :16/11/2021 5/14
---	---	--

2.2. CONTRAINTES ET VERROUS

Ce sujet de recherche présente plusieurs contraintes et verrous par rapport à l'état de l'art. Les verrous identifiés sont détaillés ci-après et peuvent être regroupés selon trois axes majeurs :

- **La problématique liée au choix des antennes :**
 - Ultra large bande (2 -20 GHz et 30-40 GHz)
 - Compact
 - Double polarisation linéaire (Horizontale et Verticale).

- **Etude de la mise en réseau d'antennes élémentaires vis-à-vis des performances de goniométrie**
 - Topologie des antennes,
 - Choix du nombre d'éléments,
 - Inter espacement, ...

Les différentes topologies étudiées devront être comparées afin de maximiser les performances de précision de localisation et de réduire les ambiguïtés. Dans cette optique, le choix de l'algorithme de goniométrie devra être analysé. En fin de document, trois métriques (le gain du réseau antenne, la borne de Cramer-Rao et la susceptibilité) sont présentées permettant de comparer les performances de goniométrie d'un réseau antenne.

- **Intégration sur navires**
 - Contraintes environnementales liées à l'application maritime,
 - Choix du radome pour minimiser son impact sur les performances radioélectriques du réseau antenne dans les bandes d'intérêt.

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP073734STB001 Version 00 Date :16/11/2021 6/14
---	---	--

2.3. SOLUTIONS ENVISAGEES

Pour maximiser les performances de précision de localisation tout en limitant les ambiguïtés, plusieurs architectures de réseau antenne seront étudiées au cours de la thèse. Ces diverses études mèneront le doctorant à proposer une topologie de réseau antenne compatible du besoin. Trois métriques décrites en annexe du document permettront de quantifier les performances des différentes structures proposés après passage dans un algorithme de goniométrie.

Afin de mieux répondre aux problématiques de la radiogoniométrie, Avantix propose le cahier des charges résumé dans le tableau 1 pour un réseau antenne disposé sur navires.

Goniométrie	1D (à l'horizon) avec une utilisation possible pour une application à la goniométrie d'amplitude et de phase
Fréquences	2 - 20GHz et 30 - 40GHz
Polarisation	Double polarisation H et V
Couverture angulaire	➤ Angle d'élévation : $75^\circ < \theta < 105^\circ$ (pour tenir compte du roulis et tangage du navire) ➤ Angle de gisement : $-125^\circ < \varphi < 125^\circ$ (Voir repère en figure 2)
Gain objectif	Gain moyen du réseau antenne supérieur à 3 dBi sur l'ensemble de la bande d'intérêt (voir définition métrique du gain en fin de document)
Puissance maximale admissible en entrée du réseau	Compatible des systèmes bord
Environnement	Contraintes maritimes

Tableau 1 : Cahier des charges de l'étude.

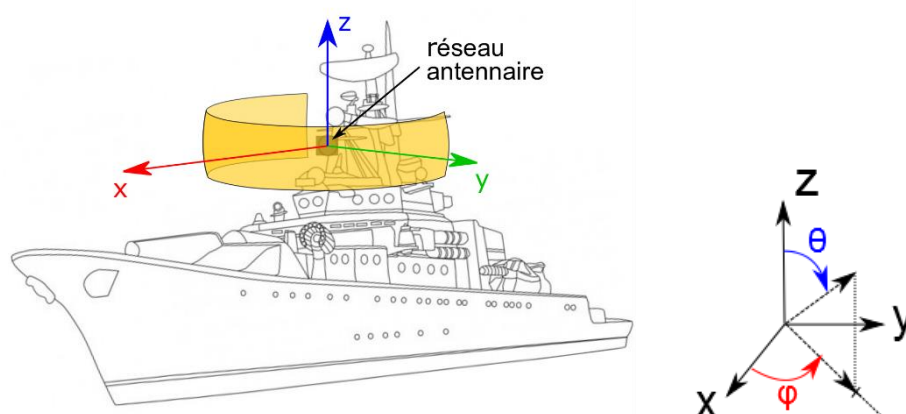


Figure 2 : Couverture souhaitée ($75^\circ < \theta < 105^\circ$ et $-125^\circ < \varphi < 125^\circ$) et définition des angles d'élévation θ et de gisement φ .

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP0737345TB001 Version 00 Date :16/11/2021 7/14
---	---	--

3. DEROULEMENT DE LA THESE ET METHODOLOGIE

Les travaux de recherche seront co-encadrés conjointement par le département BDS/MCS/ADE-EW d'AVANTIX et le département Antennes & Dispositifs Hyperfréquences (ADH) du laboratoire IETR – Unité de recherche multi-établissements (CNRS, Université de Rennes 1, INSA de Rennes, Université de Nantes et SUPELEC Campus de Rennes).

Le déroulement de l'étude est prévu selon les phases suivantes.

3.1. PHASE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

La première phase consistera à dresser un état de l'art des systèmes goniométriques (réseau antenne et algorithme de goniométrie). Les performances des systèmes identifiés dans la littérature devront être analysées.

Par ailleurs, une étude bibliographique approfondie devra être menée concernant le choix des antennes susceptibles de couvrir le besoin (largeur de bande, capacité à double polarisation) et les techniques de miniaturisation pouvant y être associées.

De plus, les menaces radar dans les bandes 2-20 GHz et 30-40 GHz de même que les émetteurs co-site sur navire seront listées.

3.2. PHASE 2 : ETUDE SUR LE TYPE D'ARCHITECTURE DE RESEAU ANTENNAIRE A PRIVILEGIER

La deuxième phase de cette thèse consistera à comparer les topologies des différents réseaux antennes étudiés afin de maximiser les performances de précision de localisation et de réduire les ambiguïtés. Dans cette optique, le choix de l'algorithme de goniométrie devra être analysé. En fin de document, trois métriques (le gain du réseau antenne, la borne de Cramer-Rao et la susceptibilité) sont présentées permettant de comparer les performances de goniométrie d'un réseau antenne.

Cette première phase d'études techniques préliminaires du réseau antenne permettra de définir le nombre d'éléments (antennes), le choix des antennes large bande (antenne sinueuse, papillon, ...), ... Le nombre d'éléments rayonnants devra être le plus limité possible. Ce nombre sera déterminé en concertation avec l'industriel.

Ainsi trois métriques globales (i.e. performance analysée sur l'ensemble des directions de la zone angulaire d'intérêt): le gain du RA, la borne de Cramer-Rao et la susceptibilité sont analysées en fonction de la fréquence et de la polarisation du champ incident. La définition de chacune de ces trois métriques est reportée en annexe.

3.3. PHASE 3 : CONCEPTION ET MESURE D'UN RESEAU ANTENNAIRE

La troisième phase sera dédiée à la réalisation d'un réseau antenne qui aura été étudié et défini lors de la phase précédente. Ce réseau sera mesuré en impédance et rayonnement.

3.4. PHASE 4 : VALORISATION ET REDACTION DU MEMOIRE DE THESE

La dernière phase du travail sera consacrée à la valorisation (brevets, publications, etc...) et à la rédaction du mémoire de thèse.

4. PLANNING PREVISIONNEL

T0	Début de la thèse
T0 à T0+6 mois	Phase 1
T0+6mois à T0+18mois	Phase 2
T0+18mois à T0+30mois	Phase 3
T0+30mois à T0+36mois	Phase 4

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP073734STB001 Version 00 Date :16/11/2021 8/14
---	---	--

5. CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUE ET INDUSTRIELLE ATTENDUES

Les éléments de nouveauté attendus dans le cadre de ces travaux de thèse sont les suivants :

- Un réseau antenne compacte, ultra large bande et double polarisation,
- Une étude de l'impact de la mise en réseau des éléments rayonnants vis-à-vis des performances de goniométrie (maximisation des performances de précision de localisation et de réduction des ambiguïtés),
- Une étude de réseaux antennaires conduisant à la réalisation d'un prototype. Ce dernier fera l'objet de campagnes de mesure (impédance et rayonnement).

6. BIBLIOGRAPHIE

[1] J. Duploux, "Wideband reconfigurable vector antenna for 3-D direction finding application," *Thèse de doctorat en Electromagnétisme et Systèmes Haute Fréquence, Toulouse INPT, soutenue le 14 Janv. 2019.*

[2] B. Friedlander and A. J. Weiss, "Direction finding in the presence of mutual coupling," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 39, no. 3, pp. 273–284, Mar. 1991.

[3] "A. Bellion, 'Etude et mise en œuvre de nouveaux concepts de systèmes antennaires multipolarisation, à faible encombrement, destinés à des applications de goniométrie dans les bandes V/UHF,' Ph.D. dissertation, University of Limoges, 2008."

	Sujet de Thèse : Etude et réalisation d'un Réseau Radiogoniométrique large bande et multipolarisation	Référence DP073734STB001 Version 00 Date :16/11/2021 9/14
---	---	--

7. ANNEXE

Définition des 3 métriques Gain, Susceptibilité & Précision

Métrie du gain moyen du réseau antenne

Tout d'abord, appelons $G_{p,n}(\theta, \varphi, f)$, le gain réalisé d'une antenne élémentaire dans sa composante p de polarisation traitée dans une direction (θ, φ) et à la fréquence f. Rappelons que les angles θ et φ désignent respectivement les angles d'élévation et de gisement vis-à-vis du repère défini sur la figure 2.

La notion de gain du réseau antenne renvoie également à la notion de transfert énergétique entre la densité de puissance incidente suivant une direction (θ, φ) et la puissance délivrée au récepteur (sous impédance 50 Ω) et ce pour chaque voie du réseau.

Afin de réduire la quantité d'information (plusieurs voies antennes dont le nombre est à définir pour couvrir la couverture angulaire spécifiée dans le cahier des charges, 2 dimensions angulaires, 1 dimension fréquentielle et 2 polarisations du champ), il est décidé de considérer une métrie de gain de réseau antenne (RA) : la valeur moyenne ($Gain_p moy$) dans le domaine angulaire d'intérêt (DAI) (voir la spécification « couverture angulaire » dans le tableau 1) définie comme suit :

$$Gain_p moy RA(f) = \text{moy}_{(\theta, \varphi) \in DAI} \left[\max_N (G_{p,n}(\theta, \varphi, f)) \right]$$

$$= \frac{1}{DAI} \iint \max_N (G_{p,n}(\theta, \varphi, f))$$

Où l'indice n correspond à la nième antenne élémentaire du réseau antenne qui en compte N. DAI est l'angle solide en stéradian couvrant le domaine angulaire du domaine angulaire d'intérêt (DAI). Cette métrie peut être représentée en fonction de la fréquence pour une composante p donnée du réseau antenne.

Métrie de susceptibilité du réseau antenne

7.1. DEFINITION

La susceptibilité est une grandeur qui permettra de juger la performance d'un réseau d'antennes. Cette grandeur permet d'évaluer le pouvoir séparateur du réseau antenne. Plus ce chiffre est important, plus la différence de réponse de l'antenne pour deux directions d'arrivée différentes est importante, et meilleure est son pouvoir séparateur. Ce chiffre évalué pour x réseaux antennaires permet de les classer en qualité de pouvoir séparateur, relativement les uns par rapport aux autres.

7.2. DISTANCE

La distance utilisée pour calculer la susceptibilité est une mesure du niveau de colinéarité entre deux réponses du réseau antenne (RA). La formule employée pour deux réponses dans deux directions angulaires/polarisations distinctes (θ, φ, p) (direction de référence) et $(\theta_0, \varphi_0, p_0)$ (direction de test) et à une fréquence f est la suivante :

$$Distance_f(a(\theta, \varphi, p, f), a(\theta_0, \varphi_0, p_0, f)) = \min_{\gamma \in [0, 2\pi]} \left\{ \left\| \frac{a(\theta, \varphi, p, f)}{\|a(\theta, \varphi, p, f)\|} - e^{j\gamma} \frac{a(\theta_0, \varphi_0, p_0, f)}{\|a(\theta_0, \varphi_0, p_0, f)\|} \right\| \right\}$$

Explication sur la norme :

La norme $\| \cdot \|$ utilisée dans la formule est la norme associée au produit scalaire canonique (également appelée norme 2).

Exemple : Pour un RA à 5 éléments, la réponse de l'antenne pour une direction d'arrivée donnée, une polarisation donnée et une fréquence donnée est un vecteur de dimension 5 sur le corps des complexes $\mathbb{C}$. C'est donc un élément de $\mathbb{C}^5$.

Définition du produit scalaire canonique sur $\mathbb{C}^5$:

Soit deux vecteurs $\vec{A} = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ et $\vec{B} = [b_1, b_2, b_3, b_4, b_5]$ appartenant à $\mathbb{C}^5$, le produit scalaire entre $\vec{A}$ et $\vec{B}$, noté $\langle \vec{A} | \vec{B} \rangle$, est le nombre complexe :

$$\langle \vec{A} | \vec{B} \rangle = \overline{a_1}b_1 + \overline{a_2}b_2 + \overline{a_3}b_3 + \overline{a_4}b_4 + \overline{a_5}b_5$$

L'espace vectoriel complexe muni de ce produit scalaire forme alors un espace hermitien.

Définition de la norme associée au produit scalaire :

Comme tout produit scalaire, le produit scalaire canonique permet de définir une norme. Cette norme correspond à la racine carrée du carré scalaire. En d'autres termes, la norme d'un vecteur correspond à la racine carrée du produit scalaire avec lui-même. Soit un vecteur $\vec{A} = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$, la norme de $\vec{A}$, notée $\|\vec{A}\|$, est définie par :

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{\langle \vec{A} | \vec{A} \rangle} = \sqrt{\overline{a_1}a_1 + \overline{a_2}a_2 + \overline{a_3}a_3 + \overline{a_4}a_4 + \overline{a_5}a_5} = \sqrt{|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 + |a_4|^2 + |a_5|^2}$$

7.3. SUSCEPTIBILITE A UNE DIRECTION/POLARISATION

On nommera susceptibilité « directionnelle » pour une fréquence donnée la grandeur suivante :

$$Susceptibilité_f(\theta, \varphi, p) = \iiint_{(\theta_0, \varphi_0, p_0) \in (ZGII / cône) * P} Distance(a(\theta, \varphi, p, f), a(\theta_0, \varphi_0, p_0, f))$$

Le triplet (θ, φ, p) correspond à une direction de référence.

Le triplet $(\theta_0, \varphi_0, p_0)$ correspond à une direction de test.

Les directions de test sont parcourues dans le domaine angulaire d'intérêt, excepté un cône d'exclusion de 15° autour de la direction de référence.

La polarisation appartient à l'ensemble discrétisé $P : P = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90\}$.

La susceptibilité obtenue par l'équation ci-dessus correspond à une estimation de la différence de réponse du RA entre la direction de référence et l'ensemble des autres directions au-delà du cône d'exclusion.

7.4. SUSCEPTIBILITE

On calcule maintenant le minimum des susceptibilités en balayant l'ensemble des directions de références possible sur le domaine angulaire d'intérêt.

La formule est la suivante :

$$Susceptibilité(f) = \min_{\theta, \varphi, p \in ZGII} (Susceptibilité_f(\theta, \varphi, p))$$

La susceptibilité correspond en fait à la pire de toutes les susceptibilités « directionnelles » pour chaque direction et polarisation à une fréquence donnée.

Métrique de précision du réseau antenne : la borne de Cramer-Rao

La borne de Cramer-Rao (BCR) est une borne inférieure de l'erreur de précision de la direction d'arrivée du signal. Le formalisme mathématique et le développement complet sont détaillés dans [2], [3]. Retenons que cette métrique est indépendante du traitement d'antenne implémenté dans le goniomètre et dépend principalement des propriétés du réseau antenne, du rapport signal sur bruit (RSB) moyen sur chaque voie. Moyennant quelques hypothèses simplificatrices (antenne isotrope sans couplage), il existe des expressions simples pour différents réseaux canoniques. Ici l'objectif est de tenir compte de propriétés plus réalistes (diagrammes de rayonnement, couplage, perturbations par le contexte proche). La formule suivante directement extraite de [2] (Appendix A.1.2) est donc l'expression générale de la BCR d'un RA quelconque décrite par sa réponse de réseau a , normalisé en énergie, selon une composante p (non explicitée par la suite pour des raisons de clarté).

$$\sigma_{\Psi}^2 = \frac{1}{2 \cdot K \cdot RSB} \frac{1}{\|\dot{a}_{norm}\|^2 - \frac{|a_{norm}^T \dot{a}_{norm}|^2}{\|a_{norm}\|^2}}$$

$$BCR_{\Psi} = \max_{(\theta, \varphi) \in ZGH} \left[\sqrt{\sigma_{\alpha}^2} \right]$$

Où K est le nombre de mesures

RSB, le rapport signal à bruit

$$a_{norm} = \frac{a}{\sqrt{\|a\|}}$$

Ψ est la dimension angulaire considérée (gisement ou élévation)

$\dot{a}_{norm}$ est la dérivée partielle de a_{norm} par rapport à l'angle Ψ

T l'opérateur transposé.

Cette métrique BCR_{Ψ} peut être représentée en fonction de la fréquence, pour une composante p donnée du réseau antenne. Ainsi, pour chaque composante p , il est possible d'explicitier les BCR en élévation (BCR_{elev}) et en gisement (BCR_{gis}). L'hypothèse d'indépendance entre la BCR en élévation et celle en gisement est considérée. Une analyse basée sur les BCR (estimateur non biaisé) ne permet pas d'estimer l'erreur réelle de goniométrie pour une réalisation (1 tir). Par contre, elle permettrait d'accéder à une notion d'incertitude (angle α). L'objectif est de réduire les métriques BCR_{elev} et BCR_{gis} vers une métrique 1D (angle α) en considérant le cas où l'erreur en gisement vaut BCR_{gis} et l'erreur en élévation vaut BCR_{elev} . La calotte de confusion peut être décrite par un cercle de rayon α .

L'angle α peut également être vu comme une combinaison des BCR d'élévation et de gisement. Ainsi, cet angle α majore l'erreur de goniométrie. En effet, l'incertitude (α), pour chaque composante p (non explicitée par la suite pour des raisons de clarté), peut s'exprimer :

$$\alpha = \arccos (\vec{T} \cdot \vec{G})$$

Où $\vec{T}$ est le vecteur unitaire porté par le tir de goniométrie exact

$\vec{G}$ est le vecteur unitaire porté par la direction estimée par le goniomètre

$\vec{T} \cdot \vec{G}$ désigne le produit scalaire des vecteur $\vec{T}$ et $\vec{G}$

Par projection en coordonnées cartésiennes :

$$T_x = \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \quad G_x = \cos(\varphi + BCR_{gis}) \cdot \cos(\theta + BCR_{élev})$$

$$T_y = \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \quad G_y = \sin(\varphi + BCR_{gis}) \cdot \cos(\theta + BCR_{élev})$$

$$T_z = \sin(\theta) \quad G_z = \sin(\theta + BCR_{élev})$$

Où θ et ϕ désignent respectivement les angles d'élévation et de gisement.

Afin de réduire la quantité d'information, il est décidé de la métrique suivante. Il s'agit de la valeur moyenne dans la zone angulaire d'intérêt ($\alpha_{p,moy RA}$) de l'angle d'incertitude préalablement défini :

$$\alpha_{p,moy RA}(f) = \text{moy}_{(\theta, \varphi) \in DAI} [\alpha_p(\theta, \varphi, f)]$$