

Réunion hebdomadaire

Reihan Mazouz

06/12/2024

Contexte :

- Analyse d'un spectre temps-fréquence de taille $T \times F$, où chaque *cellule* est **indépendante** et peut contenir un signal ou uniquement du bruit.
- **Test GLRT cellule par cellule** : détermine les cellules actives
- **DBSCAN** : regroupe les cellules actives en clusters.

Objectif :

- Formuler analytiquement :
 - **Probabilité de fausse alarme** (P_{FA}).
 - **Probabilité de détection** (P_D).

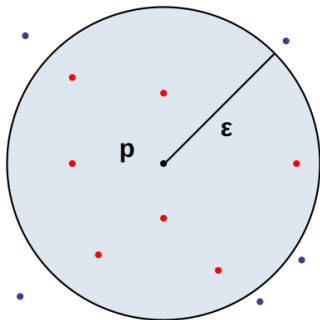


Figure: Epsilon-Voisinage du point p , pour une distance euclidienne en dimension 2.

Spectre temps-fréquence :

- Taille : $T \times F$.
- Chaque cellule a une probabilité d'être active de :
 - p_d si elle contient du signal.
 - p_{fa} si elle n'en contient pas.

DBSCAN :

- ε : Rayon du voisinage.
- N_p : Nombre minimal de points pour former un cluster.
- Un point est un noyau de cluster si :
 - Il est actif.
 - Il possède au moins $N_p - 1$ voisins actifs dans un rayon ε .

Algorithme DBSCAN

- ① Initialiser $C = 0$ (compteur de clusters).
- ② Pour chaque point P non visité :
 - Marquer P comme visité.
 - Trouver les PtsVoisins dans un rayon ε . (*epsilonVoisinage*)
 - Si $|\text{PtsVoisins}| < \text{MinPts}$, marquer P comme *bruit*.
 - Sinon :
 - Incrémenter C .
 - Étendre le cluster (*étendreCluster*).

Fonction étendreCluster :

- Ajouter P au cluster C .
- Pour chaque point $P' \in \text{PtsVoisins}$:
 - Si P' n'a pas été visité :
 - Marquer P' comme visité.
 - Trouver $\text{PtsVoisins}'$ dans un rayon ε .
 - Si $|\text{PtsVoisins}'| \geq \text{MinPts}$, fusionner avec PtsVoisins .
 - Si P' n'appartient à aucun cluster, l'ajouter au cluster C .

Fonction epsilonVoisinage :

- Retourner tous les points à une distance $\leq \varepsilon$ de P .

Formulation : Probabilité de fausse alarme (P_{FA})

Un cluster est une fausse alarme s'il est formé uniquement à partir de cellules de bruit. La probabilité qu'un point bruit forme un noyau de cluster est :

$$\begin{aligned} P_{FA} &= p_{fa} \cdot \sum_{k=N_p-1}^{N_\varepsilon} \binom{N_\varepsilon}{k} p_{fa}^k (1 - p_{fa})^{N_\varepsilon - k} \\ &= \cdot \sum_{k=N_p}^{N_\varepsilon} \binom{N_\varepsilon}{k} p_{fa}^k (1 - p_{fa})^{N_\varepsilon - k} \end{aligned}$$

PFA théorique

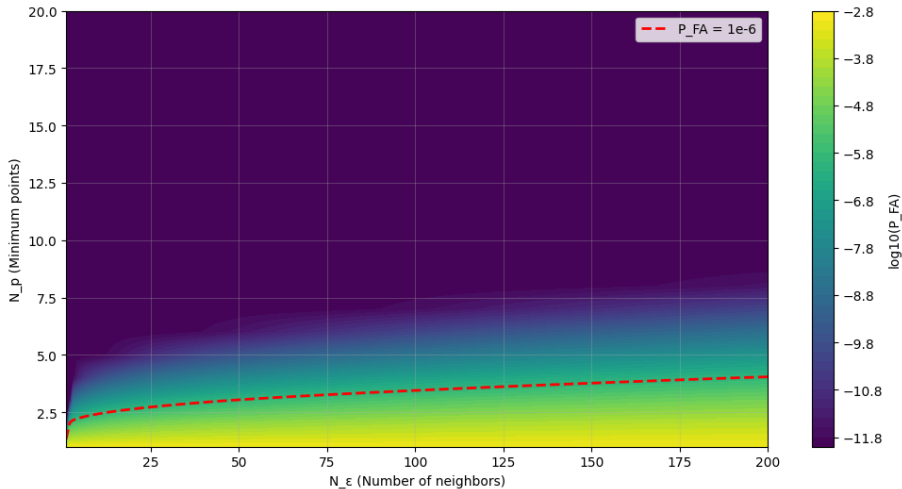


Figure: Probabilité de fausse alarme théorique avec en pointillé rouge une PFA de $1e^{-6}$. On a choisi $p_{fa} = 1e^{-3}$

PFA expérimentale

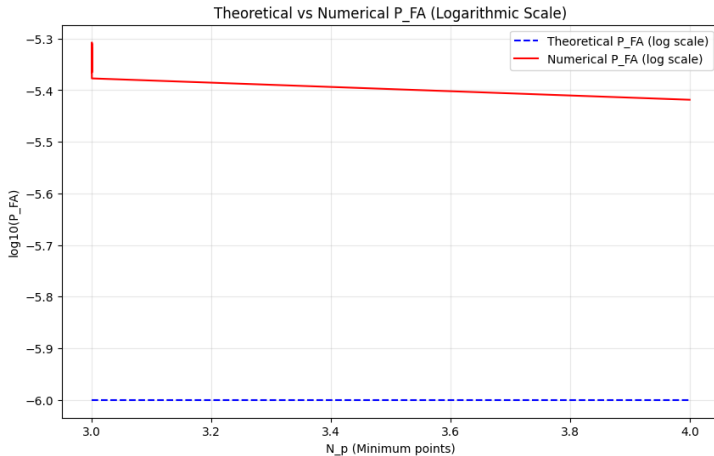
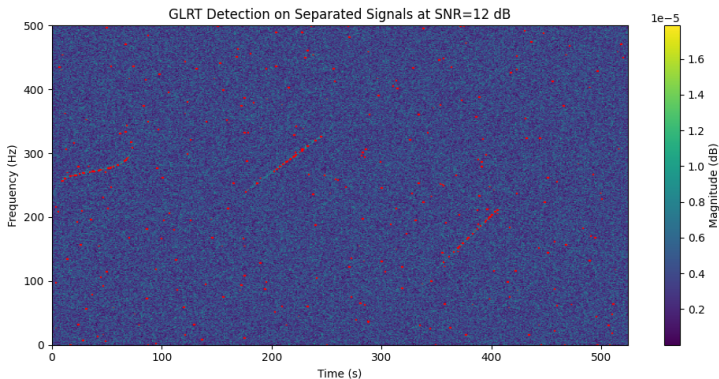


Figure: Probabilité de fausse alarme expérimentale (rouge) pour une PFA théorique de $1e^{-6}$

Question

- Comment obtenir la PFA d'avoir un cluster dans notre spectre ?
- **Cette méthode est-elle plus pertinente qu'un GLRT de forme circulaire de rayon ϵ ?**



Merci